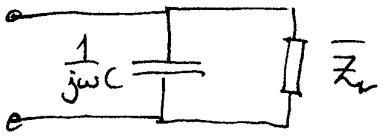
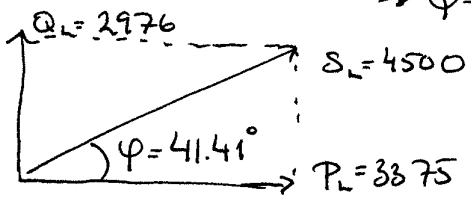
10.39 Sökes: kapacitansen vid fastkompensering

A: 3:1



$f = 60$ Hz $\quad S_L = 4500$ VA

$U = 240$ V $\quad \cos\varphi_L = 0{,}75$ ind $\Rightarrow \varphi = 41{,}41°$



$P_L = S_L \cos\varphi_L = 3375$ W

$Q_L = S_L \sin\varphi_L = 2976$ VAr

$$Q_c = \frac{|\bar{U}|^2}{X_c} = \frac{240^2}{-\frac{1}{\omega C}} = -240^2 \cdot \omega C$$

$\omega = 2\pi f = 2\pi 60 = 120\pi$

lagging → positiv fasförskjutning dvs induktiv

leading → negativ fasförskjutning dvs kapacitiv

a) $\cos\varphi_a = 0{,}90$ ind

$\varphi_a = 25.8°$

$P_a = P_L = 3375$ W

$$Q_a = \frac{P_L}{\cos\varphi_a} \cdot \sin\varphi_a = \frac{3375 \sin 25{,}8}{\cos 25.8} = 1632 \text{ VAr}$$

$Q_a = Q_L + Q_c \Rightarrow$

$Q_c = 1632 - 2976 = -1344$ VAr

$Q_c = -240^2 \omega C \Rightarrow$

$$C = \frac{1344}{240^2 \cdot 120\pi} \approx \underline{\underline{61.9\ \mu F}}$$

b) $\cos\varphi_b = 0.90$ kap

$\varphi_b = -25{,}8°$

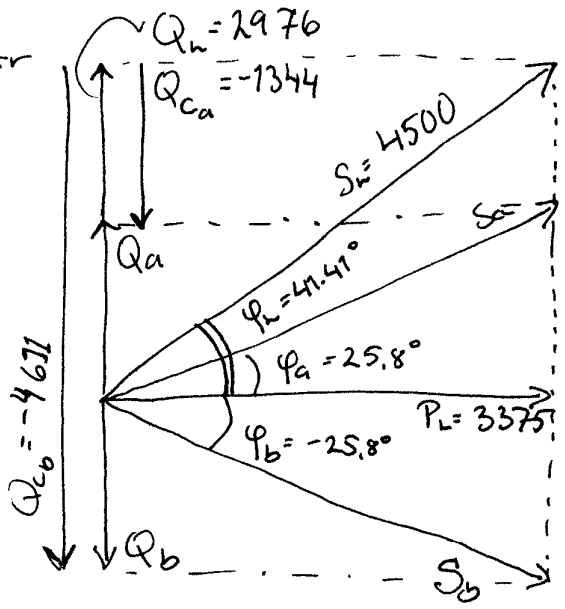
$P_b = P_L = 3375$ W

$Q_b = -1632$ VAr (samma som i a) fast negativ)

$Q_b = Q_L + Q_c \Rightarrow$

$Q_c = -1632 - 2976 = -4611$ VAr

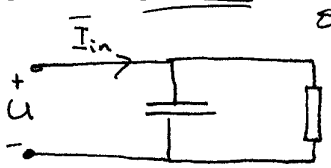
$$C = \frac{4611}{240^2 \cdot 120\pi} \approx \underline{\underline{212{,}3\ \mu F}}$$



Svar: a) 61.9 μF

b) 212.3 μF

10.40 Sökes: Strömreduktionen i uppgift 10.39, svara i procent



$$|\bar{S}_{tot}| = |\bar{u}| \cdot |\bar{I}_{in}^*|$$

$$P_{tot} = |\bar{u}| \cdot |\bar{I}_{in}| \cos\varphi$$

Utan kondensator (dvs utan fasokompensering)

$S_n = 4500$ VA

$$I_{L_{in}} = \frac{4500}{240} = 18.75 A$$

a)

$$S_a = \sqrt{P_a^2 + Q_a^2} = \sqrt{3375^2 + 1632^2} = 3749 \text{ VA}$$

$$I_{a_{in}} = \frac{3749}{240} = 15{,}6 A$$

$\Rightarrow 18{,}75 - 15{,}6 = 3{,}15$

$$\frac{3{,}15}{18{,}75} \cdot 100 = \underline{\underline{16{,}8\%}}$$

b)

$$S_b = \sqrt{3375^2 + 1632^2} = 3749 \text{ VA}$$

$$I_{b_{in}} = \frac{3749}{240} = 15{,}6 A$$

$\Rightarrow 18.75 - 15{,}6 = 3{,}15$

$$\frac{3.15}{18.75} \cdot 100 = \underline{\underline{16.8\%}}$$

Svar: a) och b) 16,8% reduktion av I

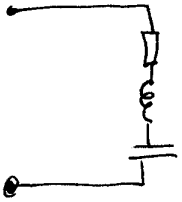
Ingen ytterligare reduktion i b) trots att $C_b > C_a$.

Serie- och parallell resonans

Electric circuits 12.11, 12.13, 12.15

A:3:3

Serie resonans:



$$\bar{Z} = R + j\omega L - \frac{j}{\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

Definitionen för resonans:

$$\boxed{\operatorname{Im} \bar{Z} = 0}$$

Dvs innehållet i parentesen blir noll, dvs $\bar{Z} = R$

dvs $\omega L = \frac{1}{\omega C}$

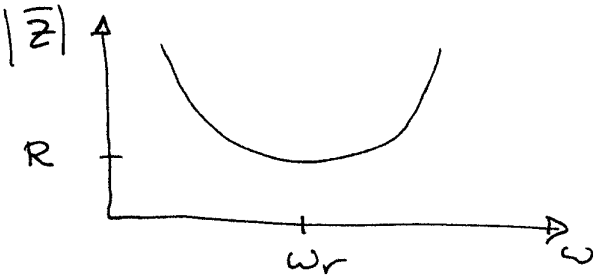
el. $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \text{resonansfrekvensen}$$

$$\rightarrow f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$|\bar{Z}| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L + \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

Vid ω_r blir parentesen $= 0$ alltså $|\bar{Z}| = R$. Se figur s. 272 i Electric...



då $\omega \rightarrow 0 \Rightarrow \sqrt{R^2 + \left(0 + \frac{1}{0}\right)^2} \Rightarrow |\bar{Z}| \rightarrow \infty$

$\Uparrow$

då $\omega \rightarrow \infty \Rightarrow \sqrt{R^2 + \left(\infty + \frac{1}{\infty}\right)^2} \Rightarrow |\bar{Z}| \rightarrow \infty$

$\Uparrow$

Vid ω_r kan vi inte upptäcka om kretsen innehåller L och/eller C då im-delarna tar ut varandra. Kretsen uppför sig som om den vore rent reell

forts serie- och parallell resonans

A:3:4

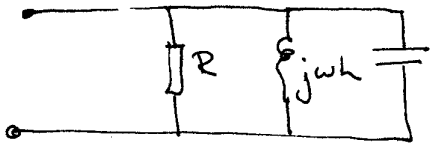
Electric... 12.12

Quality factor el. Q-faktor

beskriver hur stora förluster som man har i en krets

$$Q = \frac{\omega_r L}{R} = \frac{\frac{1}{\omega_r C}}{R}$$

Parallellresonans



$$\frac{1}{j\omega C} = -\frac{j}{\omega C}$$

$$\frac{1}{\bar{Z}} = \bar{Y} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C = \frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$$

Definitionen för resonans

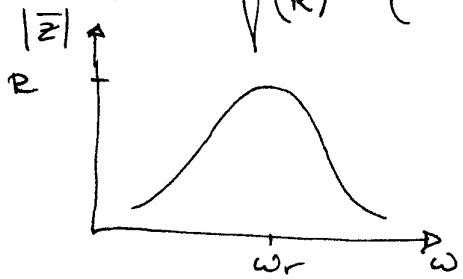
$$\underbrace{\{\mathrm{Im}\ \bar{Z} = 0\}} \Rightarrow \mathrm{Im}\, Y = 0$$

$$\rightarrow \omega_r C - \frac{1}{\omega_r L} = 0$$

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$|\bar{Z}| = \frac{1}{|\bar{Y}|} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}} = \frac{R}{\sqrt{1 + R^2\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}}$$



då $\omega \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{R}{\sqrt{1 + R^2\left(0 + \frac{1}{0}\right)^2}} \Rightarrow |\bar{Z}| \rightarrow 0$

då $\omega \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{R}{\sqrt{1 + R^2\left(\infty - \frac{1}{\infty}\right)^2}} \Rightarrow |\bar{Z}| \rightarrow 0$

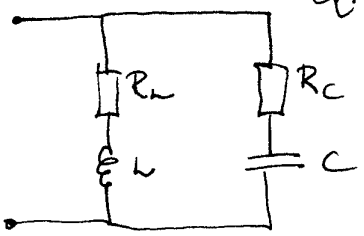
Vid ω_r uppträder kretsen som om den vore rent reell.

Man kan konvertera till/från serie/parallell resonanskrets.

Se formler s. 276 i Electric... (står ej i TEFYMA)

12.28 Sökes: R_L och R_C A:8:5

Kretsen skall vara resonant vid alla frekvenser



$L = 2\,mH$

$C = 80\,\mu F$

$$\frac{1}{\bar{Z}} = \bar{Y} = \frac{1}{R_L + j\omega L} + \frac{1}{R_C - j\frac{1}{\omega C}}$$

$$= \frac{R_L - j\omega L}{R_L^2 + (\omega L)^2} + \frac{R_C + j\frac{1}{\omega C}}{R_C^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} = \frac{R_L}{R_L^2 + (\omega L)^2} + \frac{R_C}{R_C^2 - \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} + j\left(\frac{\frac{1}{\omega C}}{R_C^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} - \frac{\omega L}{R_L^2 + (\omega L)^2}\right)$$

Resonans: $\operatorname{Im} \bar{Z} = 0$, dvs $\operatorname{Im} \bar{Y} = 0$

$\Rightarrow$

$$\frac{\frac{1}{\omega C}}{R_C^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} - \frac{\omega L}{R_L^2 + (\omega L)^2} = 0$$

$$\frac{1}{\omega C}\left(R_L^2 + (\omega L)^2\right) = \omega L\left(R_C^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2\right)$$

$$\frac{R_L^2}{\omega C} + \frac{\omega L^2}{C} = \omega L R_C^2 + \frac{L}{\omega C^2}$$

$$\left(\frac{L^2}{C} - L R_C^2\right)\omega + \left(\frac{R_L^2}{C} - \frac{L}{C^2}\right)\cdot\frac{1}{\omega} = 0$$

Om detta skall gälla för alla ω måste:

- $\frac{L^2}{C} - L R_C^2 = 0$ och
- $\frac{R_L^2}{C} - \frac{L}{C^2} = 0$

dvs: $R_C = \sqrt{\frac{L}{C}} = 5\,\Omega$ och $R_L = \sqrt{\frac{L}{C}} = 5\,\Omega$

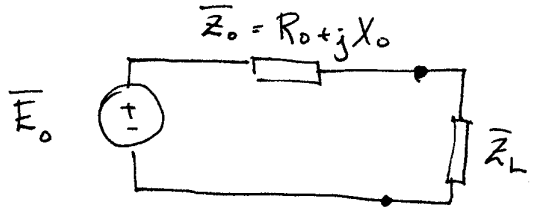
Svar: $R_C = R_L = 5\,\Omega$

Anpassning

s. 7-8 i A4-häftet
s. 225ff i Electric circuits

...finns även beskrivet i TEFYMA för den uppmärksamme...

B:3:1



Problemställning:

Hur skall $\bar{Z}_L$ väljas så att maximal effekt utvecklas i $\bar{Z}_L$?

* Vid likström:

  Då $R_L = R_0$ erhålles P_{max}.

* Vid växelström:

  Fall 1 $\bar{Z}_L = R_L$ (dvs ren resistans)

  Då $R_L = |\bar{Z}_0|$ erhålles P_{max}

  Fall 2 $\bar{Z}_L = R_L + jX_L$ och dessa varieras fritt

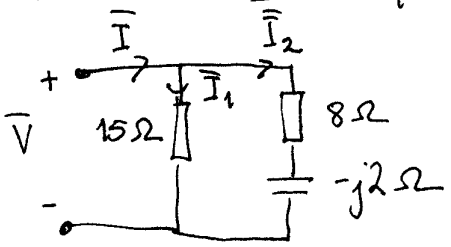
  Då $\bar{Z}_L = \bar{Z}_0^*$ erhålles P_{max} (dvs imaginär delarna tar ut varandra, så vi är tillbaka till "$R_L = R_0$ - fallet")

  Fall 3 $\bar{Z}_L = R_L + jX_L$ men där bara R_L skall varieras

  fungerar som fall 1

  $R_L = |\bar{Z}_0 + jX_L|$

10.35 **Sökes:** Medeleffekten i 15Ω och 8Ω resistorerna (B:3:2)



Givet: $P_{tot} = 2000\,W$

Aktiv effekt (P) förbrukas i resistanserna (R).

Reaktiv effekt (Q) förbrukas i reaktanserna (X), dvs kondensatorer och spolar.

OBS! Vi räknar med beloppet av strömmen ($|\bar{I}|$).

$$-15\,\bar{I}_1 + 8\,\bar{I}_2 + (-j2)\,\bar{I}_2 = 0$$

$$\bar{I}_1 = \frac{8-j2}{15}\cdot\bar{I}_2$$

$$P_{tot} = 15\,|\bar{I}_1|^2 + 8\cdot|\bar{I}_2|^2 = 2000$$

$$15\cdot\left|\frac{8-j2}{15}\cdot\bar{I}_2\right|^2 + 8\,|\bar{I}_2|^2 = 2000$$

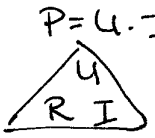
$$15\cdot\frac{|8-j2|^2}{15^2}\cdot|\bar{I}_2|^2 + 8\,|\bar{I}_2|^2 = 2000$$

$$\frac{68}{15}\cdot|\bar{I}_2|^2 + 8\,|\bar{I}_2|^2 = 2000$$

$$|\bar{I}_2|^2 = 159.57\ldots$$

$$|\bar{I}_2| = 12.63\ldots\ A$$

Insättning av $|\bar{I}_2|$ ger $|\bar{I}_1| = 6{,}94\ldots A$



$\Rightarrow P = RI^2$

$$P_{15\Omega} = 15\cdot 6{,}94^2 = 722.45\ldots$$

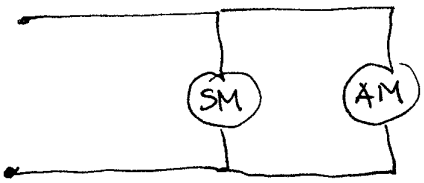
$$P_{8\Omega} = 8\cdot 12.63^2 = 1276.13\ldots$$

Svar: $P_{15\Omega} = 722\ W$

$P_{8\Omega} = 1276\ W$

10.47 Sökes: Asynkronmotorns effektfaktor

B:3:3



SM = synkronmotor (genererar reaktiv effekt (Q) likt en kondensator)

AM = asynkronmotor

$S_{AM} = 2000$ kVA ind

$\cos\varphi_{AM} = 0{,}8$ ind

$\varphi_{AM} \approx 37°$

$\cos\varphi_{tot} = 0{,}90$ ind

$\varphi_{tot} \approx 25°$

$S_{SM} = 500$ kVA kap

$\cos\varphi_{SM} = ?$ kap

AM:

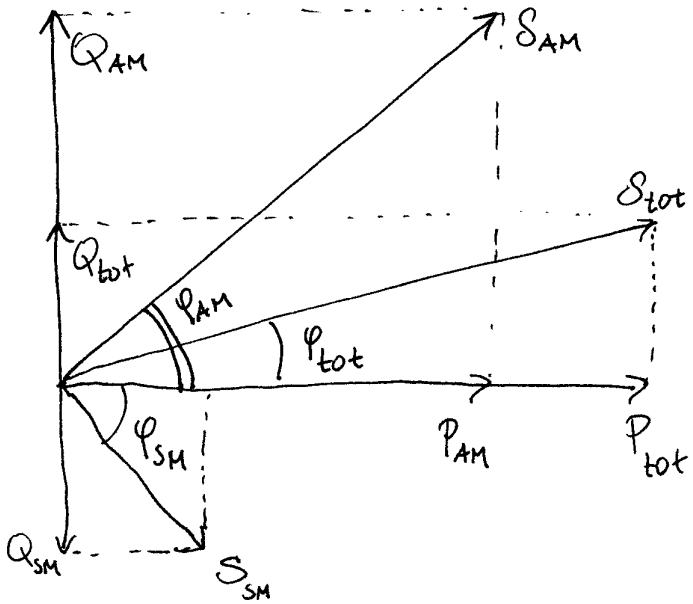
$P_{AM} = S_{AM} \cdot \cos\varphi_{AM} = 2000 \cdot 0{,}8 = 1600$ kW

$Q_{AM} = S_{AM} \cdot \sin\varphi_{AM} = 2000 \cdot \sin 36{,}87 = 1200$ kVAr

SM:

$P_{SM} = 500 \cos\varphi_{SM}$ kW

$Q_{SM} = 500 \sin\varphi_{SM}$ kVAr



Totalt:

$P_{tot} = 1600 + 500 \cos\varphi_{SM}$

$Q_{tot} = 1200 + 500 \sin\varphi_{SM}$

$\cos\varphi_{tot} = 0{,}90 \rightarrow \tan\varphi_{tot} = 0{,}484$

$\tan\varphi_{tot} = \dfrac{Q_{tot}}{P_{tot}} \Rightarrow$

$Q_{tot} = P_{tot} \cdot \tan\varphi_{tot} \Rightarrow$

$1200 + 500 \sin\varphi_{SM} = (1600 + 500\cos\varphi_{SM}) \cdot 0{,}484$

$\sin\varphi_{SM} = 0{,}484 \cos\varphi_{SM} - 0{,}85$

$\varphi_{SM} = \arcsin(0{,}484\cos\varphi_{SM} - 0{,}85) \rightarrow$ prova, vi vet ur figuren att vinkeln är negativ.

Svar: $\cos\varphi = 0{,}913$ kap

Annan lösning:

$\sin\varphi_{SM} = 0{,}484\cos\varphi_{SM} - 0{,}85$

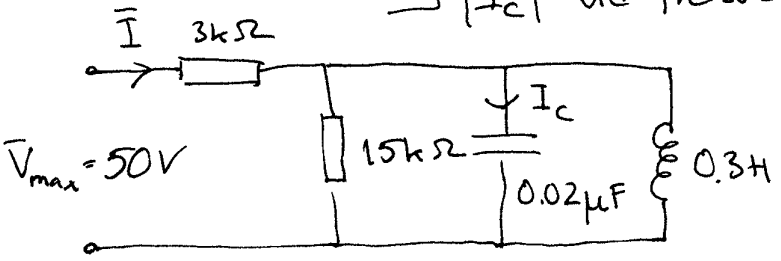
$\cos\varphi_{SM} = \sqrt{1 - \sin^2\varphi_{SM}}$

} ger 2 lösningar men endast en som är möjlig

12.26 Sökes: a) frekvensen, f, som ger $|I|_{min}$ (B:3:4)

b) I_{min} vid frekvensen f

c) $|I_c|$ vid frekvensen f



Impedansen är störst, rent reell, vid resonansfrekvensen (ω_r). Dvs vid ω_r är strömmen minst ($I = \frac{U}{Z}$).

a) $\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0{,}3 \cdot 0{,}02 \cdot 10^{-6}}} = 12{,}9 \cdot 10^3$ rad/s

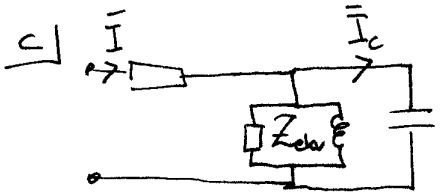
$f_r = \frac{\omega_r}{2\pi} = \underline{\underline{2.05 \text{ kHz}}}$

b) Vid ω_r är $\bar{Z}_{in} = R_1 + R_2 = 3 \cdot 10^3 + 15 \cdot 10^3 = 18 \text{ k}\Omega$

$|\bar{I}| = \hat{I} = \frac{|\bar{V}|}{|\bar{Z}|} = \frac{50}{18 \cdot 10^3} \approx \underline{\underline{2.78 \text{ mA}}}$ toppvärde

$I_{eff} = \frac{2{,}78 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{2}} = \underline{\underline{2{,}0 \text{ mA}}}$

c)



$Z_{ekv} = \frac{R \cdot j\omega L}{R + j\omega L} = \frac{15 \cdot 10^3 \cdot j \cdot 12{,}9 \cdot 10^3 \cdot 0{,}3}{15 \cdot 10^3 + j \cdot 12{,}9 \cdot 10^3 \cdot 0{,}3} =$

$= \frac{j\, 5.81 \cdot 10^4}{15 + j\, 3{,}87} = \frac{j\, 5{,}81 \cdot 10^4 (15 - j\, 3{,}87)}{15^2 + 3.87^2} = (0.937 + j\, 3{,}63) \cdot 10^3$

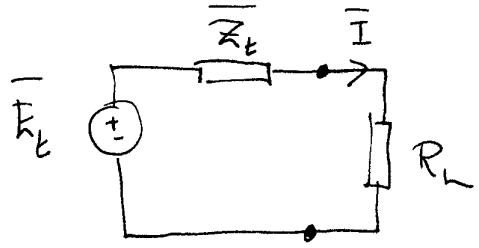
$= 3.75 \cdot 10^3 \angle 75{,}5^\circ \ \Omega$

$|\bar{I}_c| = |\bar{I}| \cdot \frac{|Z_{ekv}|}{\left|Z_{ekv} + \frac{1}{j\omega C}\right|} = \left|2{,}78 \cdot 10^{-3}\right| \cdot \frac{\left|3.75 \cdot 10^3 \angle 75{,}5^\circ\right|}{\left|(0.937 + j\, 3.63) \cdot 10^3 - j\, 3{,}87 \cdot 10^3\right|}$

$|\bar{I}_c| = \frac{2{,}78 \cdot 10^3 \cdot 3.75}{\sqrt{0{,}987^2 - 0{,}24^2}} = \underline{\underline{10{,}8 \text{ mA}}}$ toppvärde

$I = \frac{10{,}8 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{2}} = 7{,}6 \text{ mA}$

Extra 3 Sökes R_L så att P_{max} erhålles



R_L = variabel resistans

Detta är ett "fall 1" enligt A4-häftet s. 7-8

$E_{eff} = 100 \angle 0^\circ$

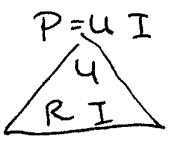
$Z_t = 5 + j10$

välj $R_L = |\bar{Z}_t|$;

$R_L = |5+j10| = \sqrt{125} = 11.2\,\Omega$

$$\bar{I} = \frac{\bar{U}}{\bar{Z}} = \frac{100\angle 0^\circ}{(5+j10+11{,}2)} = \frac{100\angle 0^\circ}{16{,}2+j10}$$

$$\Rightarrow |\bar{I}| = \frac{100}{\sqrt{16{,}2^2+10^2}} = \frac{100}{19{,}03} = 5{,}25\ldots$$



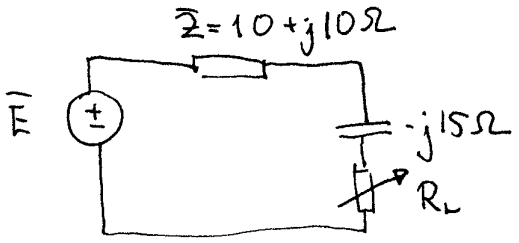
$\Rightarrow P = R_L \cdot |\bar{I}|^2$

$P = 11.2 \cdot 5{,}25^2 = 308{,}7$

Svar: $P = 309\,W$

$R_L = 11.2\,\Omega$

Extra 5 Sökes: P_{max}



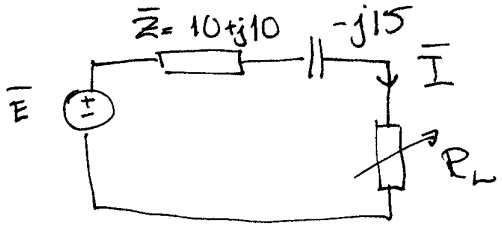
$\bar{E} = 100\angle 0^\circ$ V

Normalt vid anpassning: $\bar{Z}_L = \bar{Z}_t^*$ ger P_{max}

Här kan inte $X_L = -j15$ varieras, utan endast R_L.

Anpassningen blir ett "fall 3" i A4-häftet s. 7-8

Dvs:



$$R_L = |\bar{Z}_t| = |10 + j10 - j15| = |10 - j5| =$$

$$= \sqrt{10^2 + (-5)^2} = \sqrt{125} = 11.180\ldots$$

$$R_L = 11.2\ \Omega$$

$P = U \cdot I$

$$\Rightarrow P_L = R_L \cdot |\bar{I}|^2$$

$$|\bar{I}| = \frac{100\angle 0^\circ}{(10 - j5 + 11.2)} = \frac{100}{\sqrt{(10+11.2)^2 + (-5)^2}} = \frac{100}{\sqrt{474.44}} \approx 4.6\text{ A}$$

$$P_L = 11.2 \cdot 4.6^2 \approx 237\text{ W}$$

Svar: 237 W