Frekvensberoende förstärkare
Bode diagram

Elektronikboken s. 29 ff

A:5:1

- I den inverterande / icke inverterande förstärkarkopplingen byts R ut mot L och/eller C, vilket ger frekvensberoende ($j\omega = j2\pi f$) förstärkning $\bar{F}$. $\left[\bar{F}(f) = -\frac{\bar{Z}_2(f)}{\bar{Z}_1(f)}\right.$ att. $\left.\bar{F}(f) = 1 + \frac{\bar{Z}_1(f)}{\bar{Z}_2(f)}\right]$ är frekvensberoende

- Bode diagram: rita hur förstärkaren beter sig vid olika frekvenser.

förstärkningen: $F = \frac{\text{utsignal}}{\text{insignal}}$

rita:
* $|\bar{F}|$ i dB, som funktion av frekvensen i log-skala
* $\arg \bar{F}$ som funktion av frekvensen i log-skala (dvs vinkeln i det komplexa planet – eller om det blir tydligare: fasförskjutningen av signalen)

Oftast ritar man endast ett asymptotiskt Bodediagram.

- Omvandla först $\bar{F}$ till följande form

$$\bar{F} = \frac{k \cdot j\omega \left(1 + j\frac{\omega}{\omega_3}\right)}{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_1}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_2}\right)}$$

* antalet parenteser kan varieras
* $j\omega$ i början behöver ej existera
* $j\omega$ skall stå samlat, dvs behåll $(j\omega)^2$ och $\frac{1}{j\omega C}$
* alla ω kan ersättas med $2\pi f$

- Beloppet av ett komplext tal, $\bar{Z} = \mathrm{Re}\,\bar{Z} + j\,\mathrm{Im}\,\bar{Z}$, är
$|\bar{Z}| = \sqrt{(\mathrm{Re}\,\bar{Z})^2 + (\mathrm{Im}\,\bar{Z})^2}$

$$|\bar{F}| = \frac{|k| \cdot |j2\pi f| \cdot \sqrt{1^2 + \left(\frac{f}{f_3}\right)^3}}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{f}{f_1}\right)^2} \cdot \sqrt{1^2 + \left(\frac{f}{f_2}\right)^2}}$$

Beloppet av en produkt av komplexa tal $|\bar{Z}_1 \cdot \bar{Z}_2|$ = produkten av de ingående komplexa talens belopp $|\bar{Z}_1 \cdot \bar{Z}_2| = |\bar{Z}_1| \cdot |\bar{Z}_2|$

* då $f < f_n \Rightarrow 1 > \frac{f}{f_n}$ och $\left(\frac{f}{f_n}\right)^2$ försummas i uttrycket $\sqrt{1^2 + \left(\frac{f}{f_n}\right)^2}$

* då $f > f_n \Rightarrow \frac{f}{f_n} > 1$ och 1 försummas i uttrycket $\sqrt{1^2 + \left(\frac{f}{f_n}\right)^2}$

- Antag $f < f_1 < f_2 < f_3$

dvs: $$|\bar{F}| \approx \frac{k 2\pi f \cdot 1}{1 \cdot 1}$$

som alltså beror av f i täljaren

(I) * om f^n i täljaren $\Rightarrow$ förstärkningen ökar $n \times 20$ dB/dekad

(II) * om f^n i nämnaren $\Rightarrow$ förstärkningen minskar $n \times 20$ dB/dekad

* f_1, f_2, f_3 är konstanter

- Varför 20 dB/dekad?

$f = f_a \Rightarrow |\bar{F}_a|_{dB} = K + 20 \log f_a$

$f = f_b = 10 f_a \Rightarrow |\bar{F}_b|_{dB} = K + 20 \log 10 f_a =$

$= K + 20 \underbrace{\log 10}_{=1} + 20 \log f_a = K + 20 + 20 \log f_a$

$|\bar{F}_b|_{dB} - |\bar{F}_a|_{dB} = K + 20 + 20 \log f_a - K - 20 \log f_a = 20$

$\Rightarrow$ lutningen förändras 20 dB/dekad

{1 dekad = en tiopotens

- Vi har antagit att $f < f_1 < f_2 < f_3$.
Med hjälp av (I) och (II) kan vi rita Bodediagrammet för förstärkningen

$$\bar{F} = \frac{k j\omega \left(1 + j\frac{\omega}{\omega_3}\right)}{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_1}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_2}\right)}$$

vilket ritas upp på nästa sida...

- (A) då $f < f_1$

$$|\bar{F}| = \frac{k\,2\pi f \cdot 1}{1 \cdot 1} = k\,2\pi f$$

– ett f i täljaren
⇒ $|\bar{F}|$ ökar med 20 dB/dekad

- (B) då $f_1 < f < f_2$

$$|\bar{F}| = \frac{k\,2\pi \cancel{f} \cdot 1}{\frac{\cancel{f}}{f_1} \cdot 1} = k\,2\pi f_1$$

– $|\bar{F}|$ beror ej av f
– f_1 är en konstant

- (C) då $f_2 < f < f_3$

$$|\bar{F}| = \frac{k\,2\pi \cancel{f} \cdot 1}{\frac{\cancel{f}}{f_1} \cdot \frac{f}{f_2}} = \frac{k\,2\pi f_1 f_2}{f}$$

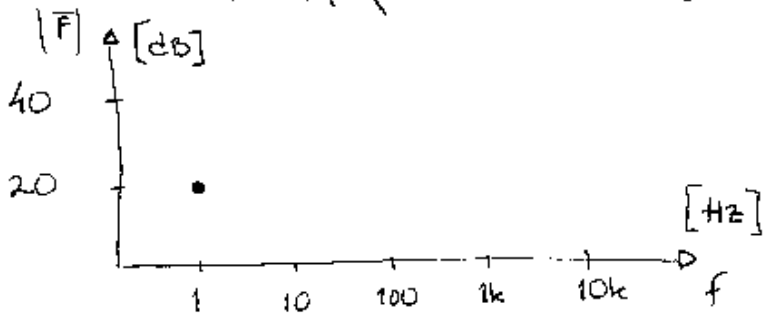
– ett f i nämnaren
⇒ $|\bar{F}|$ avtar med 20 dB/dekad
– f_1 och f_2 är konstanter

- (D) då $f_3 < f$

$$|\bar{F}| = \frac{k\,2\pi \cancel{f} \cdot \frac{\cancel{f}}{f_3}}{\frac{\cancel{f}}{f_1} \cdot \frac{\cancel{f}}{f_2}} = \frac{k\,2\pi f_1 f_2}{f_3}$$

– $|\bar{F}|$ beror ej av f
– f_1, f_2, f_3 är konstanter

- Man behöver en punkt att starta på, dvs för att kunna placera kurvan i höjd led. Välj förslagsvis en frekvens $f < f_1$ (tex. 1 Hz om det är lämpligt).



Exempel:

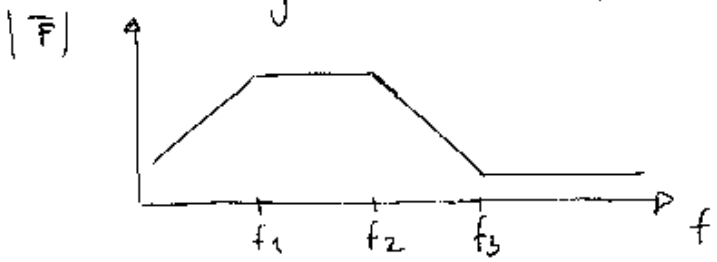
$$|\bar{F}| = 20 \log(k\,2\pi f)$$

om $k\,2\pi \cdot 1 = 10$

$\Rightarrow |\bar{F}| = 20$

OBS! Rita avståndet 1 dekad = avståndet 20 dB.

- Bode diagrammet för förstärkning beräknad i (A)–(D) ovan får följande utseende:



Beräkna fasförskjutningen, dvs argumentet

$$\bar{F} = \frac{U_{ut}}{U_{in}} = \frac{k j 2\pi f \left(1 + j\frac{f}{f_3}\right)}{\left(1 + j\frac{f}{f_1}\right)\left(1 + j\frac{f}{f_2}\right)}$$

$$\arg \bar{F} = \arg \bar{U}_{ut} - \arg \bar{U}_{in}$$

$$= \arg k + \arg j + \arctan\left(\frac{f}{f_3}\right) - \arctan\left(\frac{f}{f_1}\right) - \arctan\left(\frac{f}{f_2}\right)$$

* om k är negativt: $\arg k = \pm 180^\circ$
* om k är positivt: $\arg k = 0^\circ$
* $\arg j = +90^\circ$
* då $f < f_n \Rightarrow \arctan\left(\frac{f}{f_n}\right) = 0^\circ$
* då $f > f_n \Rightarrow \arctan\left(\frac{f}{f_n}\right) = +90^\circ$

antag: $f_1 < f_2 < f_3$

- då $f < f_1$

$$|\bar{F}| = \frac{kjf \cdot 1}{1 \cdot 1}$$

$$\arg \bar{F} = 0 + 90 + 0 - 0 - 0 = \underline{\underline{90^\circ}}$$

- då $f_1 < f < f_2$

$$|\bar{F}| = \frac{kjf \cdot 1}{\frac{f}{f_1} \cdot 1}$$

$$\arg \bar{F} = 0 + 90 + 0 - 90 - 0 = \underline{\underline{0^\circ}}$$

- då $f_2 < f < f_3$

$$|\bar{F}| = \frac{kjf \cdot 1}{\frac{f}{f_1} \cdot \frac{f}{f_2}}$$

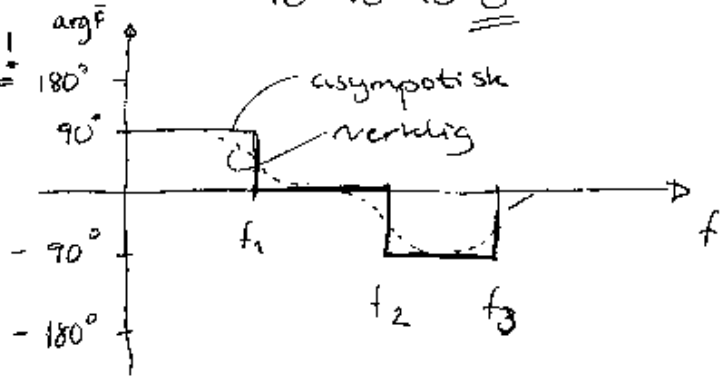
$$\arg \bar{F} = 0 + 90 + 0 - 90 - 90 = \underline{\underline{-90^\circ}}$$

- då $f_3 < f$

$$|\bar{F}| = \frac{kjf \cdot \left(\frac{f}{f_3}\right)}{\left(\frac{f}{f_1}\right) \cdot \left(\frac{f}{f_2}\right)}$$

$$\arg \bar{F} = 0 + 90 + 90 - 90 - 90 = \underline{\underline{0^\circ}}$$

Rita!



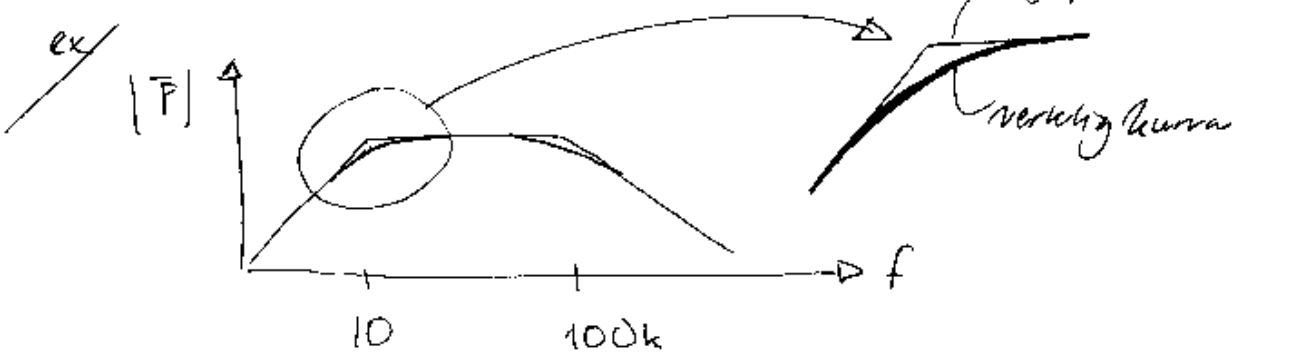
Definition

se Elektronikboken s. 31

Undre - respektive Övre gränsfrekvensen är de frekvenser där $|\bar{F}|$ ligger 3dB under $|\bar{F}|_{max}$.

Bandbredd : $B = f_ö - f_u$

ex

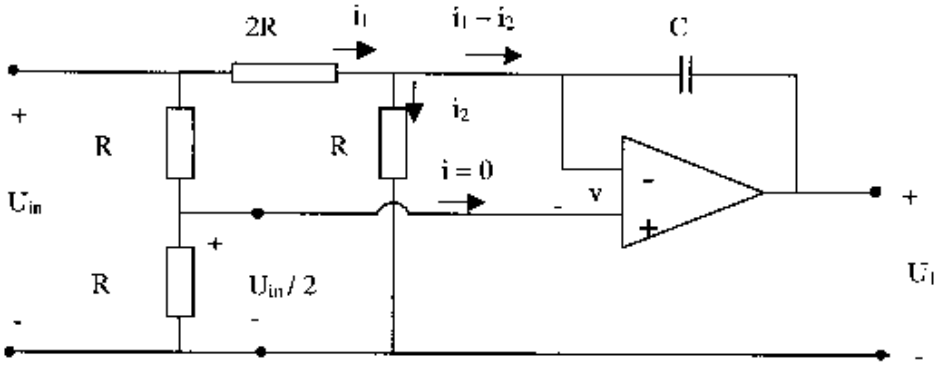


* mellan 10 - 100kHz är förstärkningen konstant
* felet vid gränsfrekvenserna är 3dB
  (3dB är dock en fördubbling av effekten)
  (då f^n blir felet $n \times 3$dB)

Lösning till En 21

Schemat visar en spänning-frekvensomvandlare, där utsignalens frekvens är direkt proportionell mot insignalens nivå. Bestäm proportionalitetskonstanten i Hz/V, om transistorswitchen kan anses ideal. OP-förstärkarna är enkelsidigt matade med matningsspänningen V_{cc} = 12 V och V_m = 10.5 V. R = 50 kΩ och C = 50 nF.

Betrakta kretsen i uppgiften (se figuren i boken!) som två halvor. Först studeras den vänstra delen, sedan den högra.



Figur 1. Den vänstra delen av kretsen. Transistorn bottnar då $U_{ut_2} = 10.5$ V.

Komparatorn är återkopplad till +, dvs $U_{ut_2} = \begin{matrix} +10.5V \\ 0V \end{matrix}$

$$\frac{-U_{in}}{2} - v + R * i_2 = 0 \Rightarrow i_2 = \frac{U_{in}}{2 * R} \qquad [\text{där } v \approx 0] \qquad (1)$$

$$-U_{in} + 2 * R * i_1 + v + \frac{U_{in}}{2} = 0 \Rightarrow i_1 = \frac{U_{in}}{4 * R} \qquad [\text{där } v \approx 0] \qquad (2)$$

$$-U_1 - \frac{1}{C} * \int (i_1 - i_2) dt + v + \frac{U_{in}}{2} = 0 \qquad [\text{där } v \approx 0] \qquad (3)$$

(1) + (2) +(3) ger: $U_1 = \frac{U_{in}}{2} - \frac{1}{C} * \int \frac{U_{in}}{R} * \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right) dt$

$$U_1 = \frac{U_{in}}{2} + \frac{1}{4 * R * C} * \int U_{in} dt$$

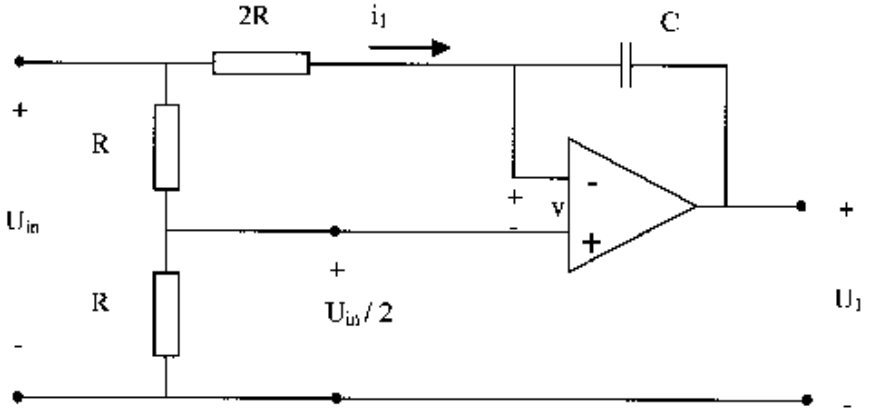
Transistorn spärrar då $U_{ut_2} = 0$ (se fig 2).

$$-U_{in} + 2 * R * i_1 + v + \frac{U_{in}}{2} = 0 \qquad [\text{där } v \approx 0]$$

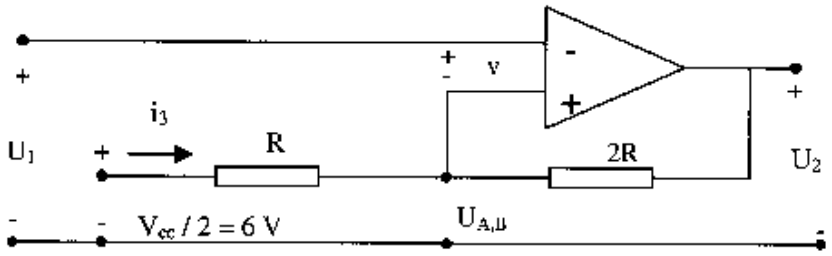
$$i_1 = \frac{U_{in}}{4 * R}$$

$$-U_1 - \frac{1}{C} * \int i_1 dt + v + \frac{U_{in}}{2} = 0 \qquad [\text{där } v \approx 0]$$

$$U_1 = \frac{U_{in}}{2} - \frac{1}{4 * R * C} * \int U_{in} dt$$



Figur 2: Transistorn spärrar då $U_{in_2} = 0$. Kretsen fungerar då enligt ovan.



Figur 3. Den högra delen av kretsen.

Fall 1 och 2 styrs av komparatorn.

$$-U_1 + v + U_{A,B} = 0$$

$$v = U_1 - U_{A,B}$$

Fall 1)

$$v > 0 \Rightarrow \begin{array}{l} U_1 > U_A \\ U_2 = 0 \end{array}$$

$$-6 + R * i_3 + 2 * R * i_3 + U_2 = 0 \qquad [\text{där } U_2 \approx 0] \quad (4)$$

$$-6 + R * i_3 + U_A = 0 \qquad (5)$$

(4) ger: $i_3 = \frac{6}{3 * R} = \frac{2}{R}$

(5) ger: $U_A = 6 - R * \frac{2}{R} = 4$

Fall 2)

$$v < 0 \Rightarrow \quad \begin{matrix} U_1 < U_B \\ U_2 = 10.5 \end{matrix}$$

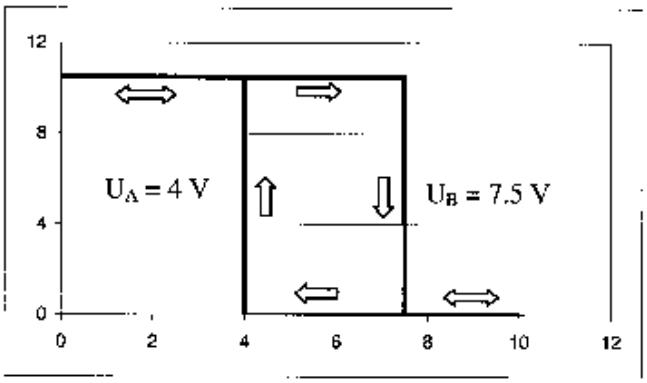
$$-6 + 3 * R * i_3 + 10.5 = 0 \qquad [U_2 = 10.5] \qquad (6)$$

$$-6 + R * i_3 + U_B = 0 \qquad (7)$$

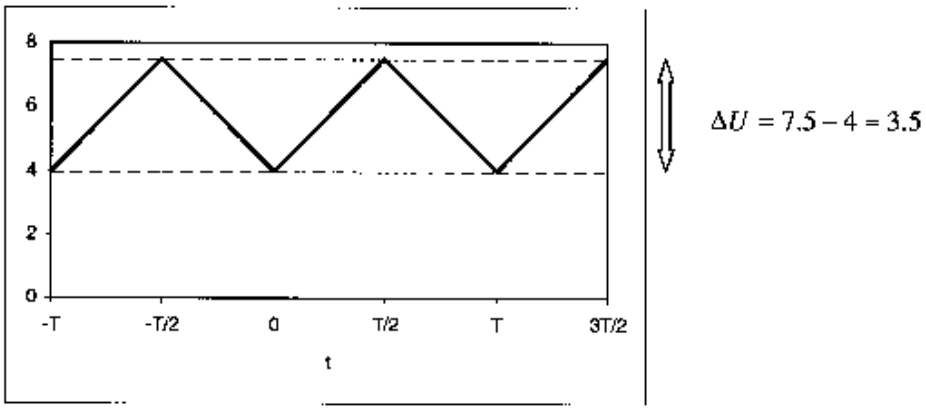
(6) ger: $i_3 = -\frac{4.5}{3 * R} = -\frac{1.5}{R}$

(7) ger: $U_B = 6 - R * \left(-\frac{1.5}{R}\right)$

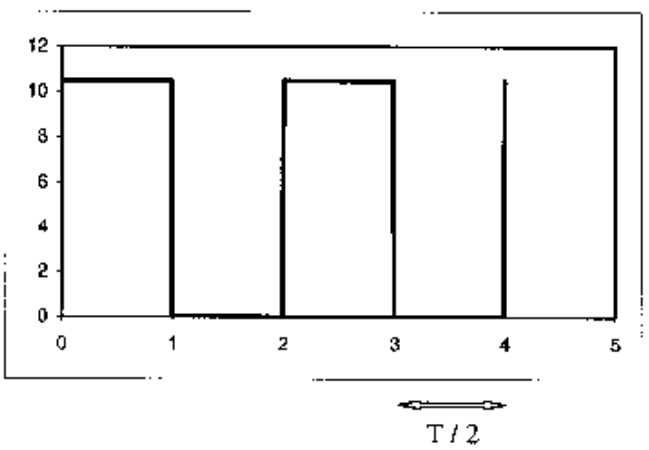
$U_B = 7.5$



Figur 4. Y-axeln = U_2, x-axeln = U_1.



Figur 5. Y-axeln = U_1, x-axeln = t.



Figur 6. Y-axeln = U_2, x-axeln = T.

$$\Delta U = \frac{1}{4*R*C}\int_0^{T/2} U_{in}(t)dt$$

Man förutsätter att U_{in} är en långsamt varierande signal i förhållande till $T/2$ $\Rightarrow$ $U_{in} \approx$ konstant under $T/2$.

$$\Delta U = \frac{1}{4*R*C}*U_{in}*\frac{T}{2}$$

$$T = \frac{8*R*C*\Delta U}{U_{in}}$$

Därefter räknar man ut frekvensen som i sin tur ger den eftersökta proportionalitets-konstanten.

$$f = \frac{1}{T} = k*U_{in} = \frac{1}{8*R*C*\Delta U}*U_{in}$$

$$k = \frac{1}{8*R*C*\Delta U} = \frac{1}{8*5*10^4*5*10^{-8}*3.5} = 14.3$$

Svar: 14.3 Hz/V

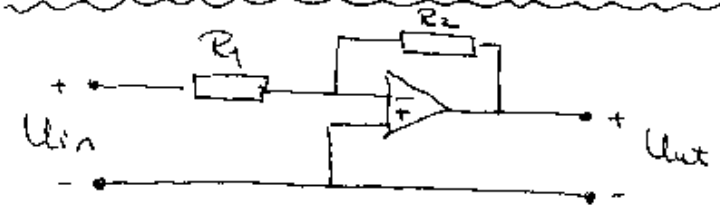
En 15 **Sökes:** kopplingsschema och ingående komponenters värde för en förstärkare (B:5:5)

förstärkningen: $F = 26\,dB$

inresistansen: $R_{in} = 1{,}5\,k\Omega$

se s. 19 resp. 21 i Elektronikboken

A Inverterande förstärkarsteg



$$F = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$|F| = \frac{R_2}{R_1} = 10^{\left(\frac{26}{20}\right)} = 20$$

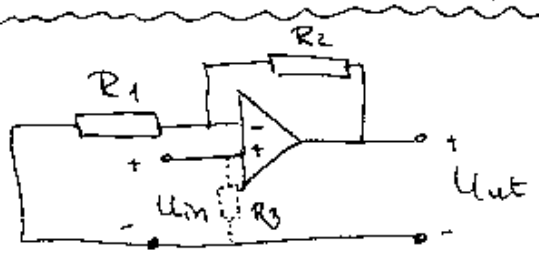
$$R_2 = 20\,R_1$$

Välj tex. $R_1 = 1\,k\Omega \Rightarrow R_2 = 20\,k\Omega$

Men → givet $R_{in} = R_1 = 1{,}5\,k\Omega \Rightarrow R_2 = 30\,k\Omega$

Svar: $R_1 = 1{,}5\,k\Omega$ och $R_2 = 30\,k\Omega$

B Icke inverterande förstärkarsteg



OBS!

$$R_{in} = R_3 = \frac{U_{in}}{i_{in}} = \infty$$

$$F = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

$$|F| = 1 + \frac{R_2}{R_1} = 10^{\left(\frac{26}{20}\right)} = 20$$

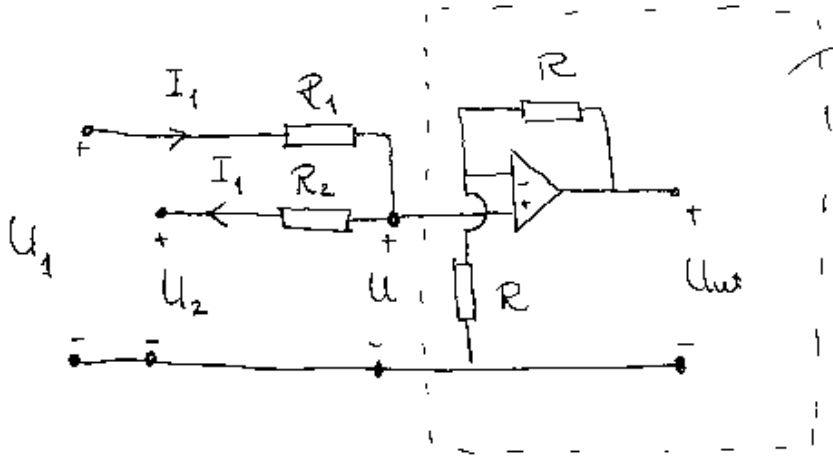
$$R_2 = 19\,R_1$$

Välj tex $R_1 = 1\,k\Omega$ $R_2 = 19\,k\Omega$

Svar: $R_1 = 1\,k\Omega$ och $R_2 = 19\,k\Omega$

Fn 17 Sökes: U_{ut} som funktion av U_1 & U_2

Extra 5:1



icke inverterande förstärkarkoppling

se s. 21 i Elektronikboken

högra halvan:

$$F = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

$$U_{ut} = \left[1 + \frac{R}{R}\right]U = 2U$$

vänstra halvan:

(1) $-U_1 + R_1 I_1 + R_2 I_1 + U_2 = 0$

(2) $-U_1 + R_1 I_1 + U = 0$

(1) ger: $I_1 = \dfrac{U_1 - U_2}{R_1 + R_2}$

(2) ger $U = U_1 - R_1 \cdot \left(\dfrac{U_1 - U_2}{R_1 + R_2}\right) = \dfrac{\cancel{U_1 R_1} + U_1 R_2 - \cancel{U_1 R_1} + U_2 R_1}{R_1 + R_2} =$

$$= \frac{U_1 R_2 + U_2 R_1}{R_1 + R_2} = \frac{1}{R_1 + R_2} \cdot (U_1 R_2 + U_2 R_2)$$

Då $U_{ut} = 2U \Rightarrow$

Svar: $U_{ut} = \dfrac{2}{R_1 + R_2}(U_1 R_2 + U_2 R_1)$

Ex20 **Sökes:** a) en OP-kopplingen så att U_{ut} är proportionell mot givarresistansen

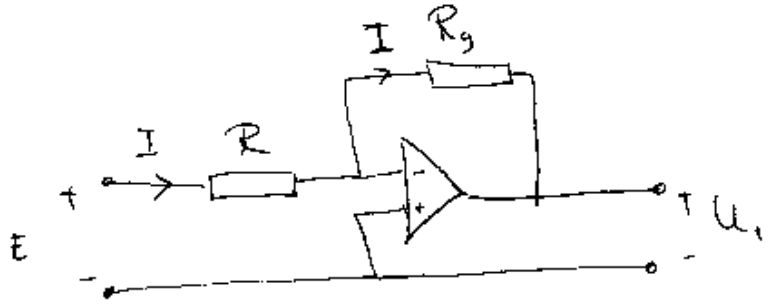
b) kompletteras så att U_{ut} blir proportionell mot resistansändringen

Extra 5:2

$R_g = 8k - 120\,k\Omega$ [g = givarresistansen]

I = konstant

a)



$-E + RI + V = 0$

$I = \frac{E}{R}$ = konstant

$-U_1 - R_g I + V = 0$

$U_1 = -R_g \cdot \frac{E}{R} = k \cdot R_g$

V är i princip noll

$k = \frac{-E}{R}$

Villkor: $|U_1| < V_m$

Antag: $V_m > 13{,}5V$

$$|U_{1_{max}}| = R_{g_{max}} \cdot |I| \leq 13.5$$

$$\Rightarrow |I| \leq \frac{13.5}{R_{g_{max}}} = \frac{13.5}{120 \cdot 10^3} = 0.11mA$$

alltså: $I < 0.11mA$

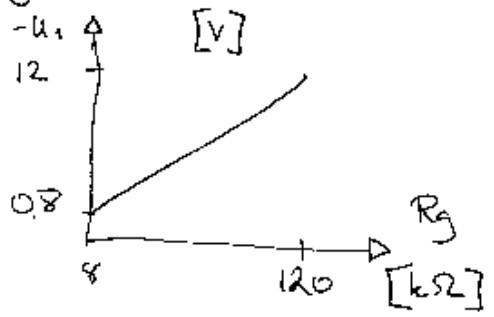
Tex: $E = 1V$, $R = 10k\Omega$ ger $|I| = 0.1mA$

ger $k = -10^{-4}$

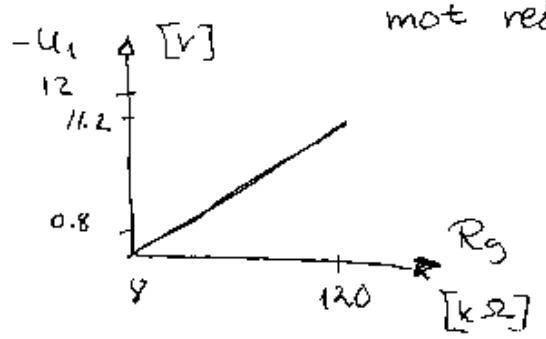
$U_1 = k \cdot R_g = -10^{-4} \cdot R_g$

$\Rightarrow -10^{-4} \cdot 8 \cdot 10^3 = -0.8$

$-10^{-4} \cdot 120 \cdot 10^3 = -12$

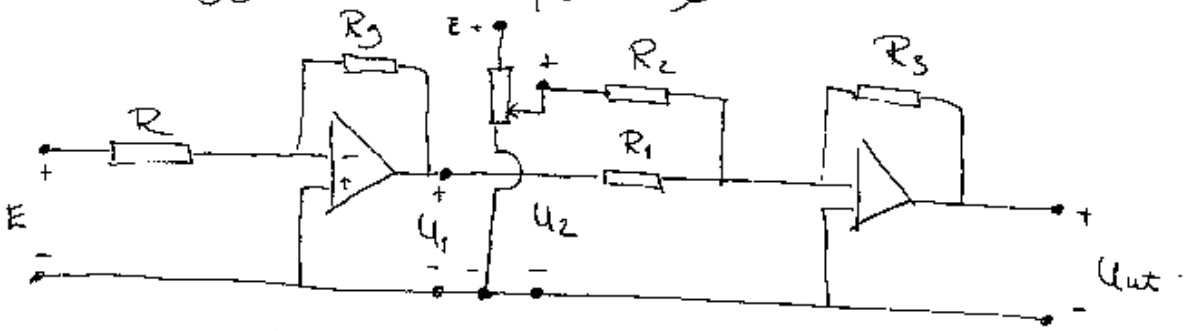


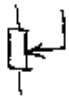
b) Önskat är att spänningen blir proportionell mot resistansändringen.



$R_g = R_0 + \Delta R = 8000 + \Delta R$

dvs lägg till +0.8V, alltså en summator:



Ställ in  så att U över R blir 0.8V.

Det vi önskar uppnå är: $U_{ut} = 10^{-4} \Delta R$

då måste $U_2 = 0.8V$