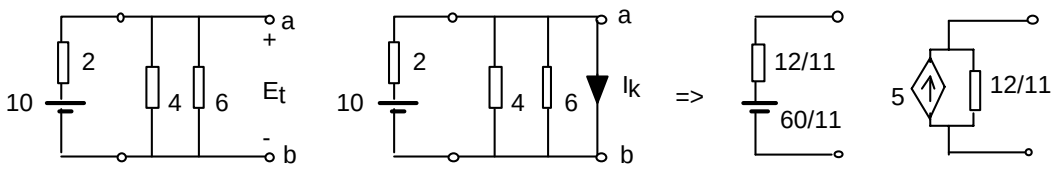
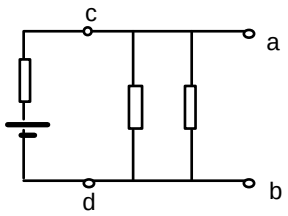
Lösning EoE 2002 – 05 –31 tal 1.

En tvåpol sett utifrån – från lasten - karakteriseras av tomgångsspänning E_t, inre impedans Z_i och kortslutningsström I_k.
Med utgångspunkt från dessa parametrar kan vi bygga 2 ekvivalenter av tvåpolen – en spänningsvariant och en strömkällevariant. För båda varianterna gäller $I_k = E_t/Z_i$.
Känner vi två av de tre är således även den tredje ”inringad”.

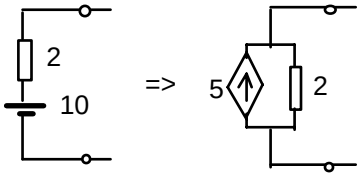
a) Låt oss börja med att beräkna E_t och I_k för den givna kretsen.
E=10 V driver en ström genom R=2 ohm i serie med 4 //6 = 4˙ 6/(4+6) = 2.4 ohm.
$E_t = E_{ab}$ finns över 4//6 = 2.4 ohm => E_t = 10˙ 2.4/(2+2.4)= 60/11 ≈ 5.45 V.
Tvåpolen kortslutes ! Dvs 0 ohm kopplas mellan a-b. E=10 V driver en ström genom R=2 ohm i serie med 4//6//0 = 0 ohm (ingen ström går i 4 och 6 ohms motstånden) =>
I_k = 10/2 = 5 A.
E_t = 60/11 V och I_k = 5 A ger $Z_i = E_t/I_k$ = 60/11/5 = 12/11 ≈ 1.09 ohm.



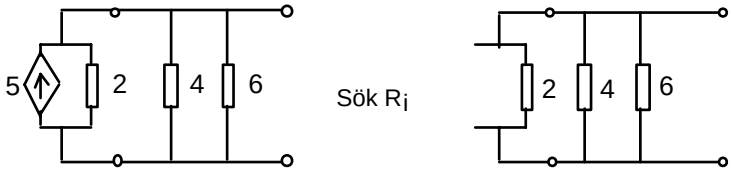
Den som väl behärskar de 2 varianterna angriper kanske problemet som nedan



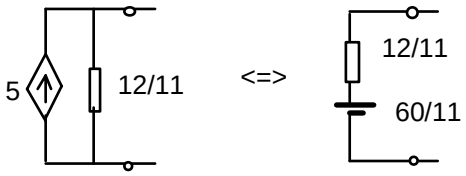
Till vänster om snittet c-d har vi en annan tvåpol med en resistans på 2 ohm i serie med en ideal spänningskälla (R_i =0) om 10 V.
Låt oss göra om kretsen till en strömkälla med inre impedansen parallellt med en resistans.



OBS att strömkällan driver ström i samma riktning som spänningskällan.
Tomgångsspänningen mellan c-d är 10 V i båda fallen. R = 2 ohm. I =E/R = 5 A.
Strömkällan har Z_i= (oändlig impedans)



R_i = 6//4//2//
$1/R_i$ = 1/6+1/4+1/2
R_i = 2·4·6/(2·4+2·6+4·6)=12/11



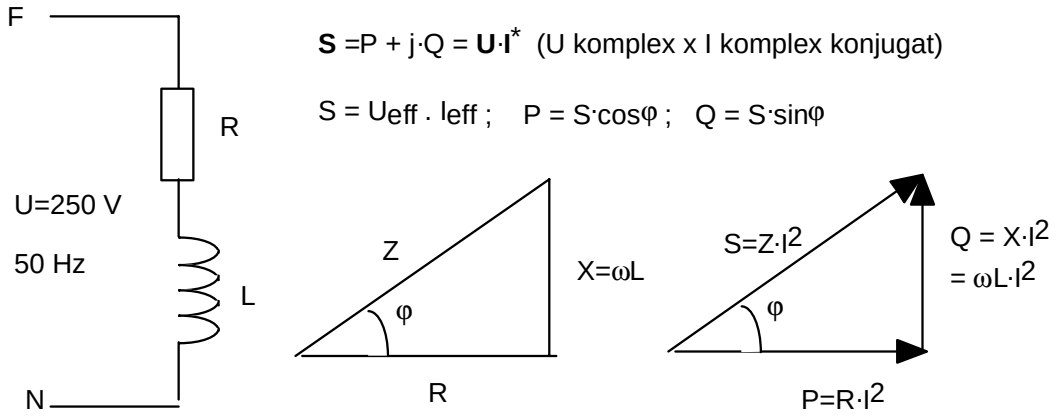
b)

För likström ($\omega = 0$) skall den yttre lasten väljas till $R_y = R_i$ om man önskar maximal effekt i Ry. Här blir valet $R_y = 12/11 \approx 1.09$ ohm.
För växelström ($\omega \neq 0$) är motsvarande val $\mathbf{Z}_y = \mathbf{Z}^*_i$ (komplex konjugat).
OBS att effektutvecklingen blir minst lika stor i det inre av tvåpolen. För t ex en tongenerator för att inte tala om en kraftgenerator i t ex Barsebäck blir det naturligtvis synnerligen besvärligt med detta val av yttre last (ca 250 megawatt effektutveckling i själva generatorn ger livslängden ngn sek).
c)
Med strömkällevalet ovan och $R_y // R_i = 12/11$ ohm går halva strömmen 2.5 A genom yttre motståndet. $P_{yttre} = Ry \cdot I^2 y = 12/11 \cdot 2.5^2 = 6.8$ W.

Med spänningskällevalet ovan och $R_y = R_i = 12/11$ ohm går strömmen genom yttre och inre motståndet. $I_y = E_i/2 \cdot R_i = 60/11 \cdot 11/24 = 2.5$ A => $P_{yttre} = Ry \cdot I^2 y = 12/11 \cdot 2.5^2 = 6.8$ W.

Lösning EoE 2002 – 05 –31 tal 2.

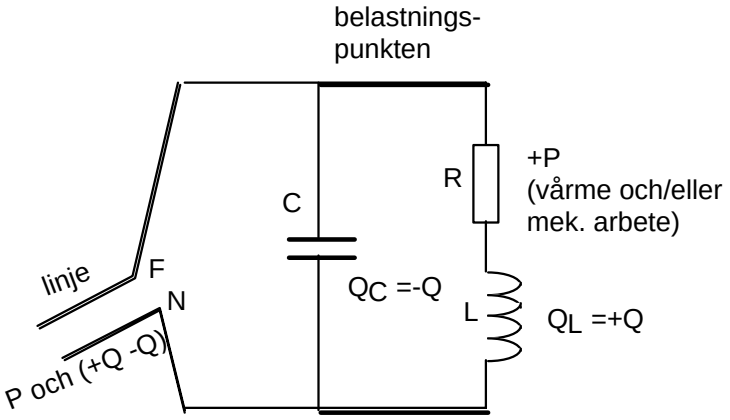
En induktiv enfaslast är ansluten till fas och nolla. Ufas-eff=250 V. Plast = 5 kW.
Cos $\varphi_{last} = 0.8$ => $\varphi_{last} = 36.9^o$.



P = 5000 W; cos $\varphi = 0.8$ => sin $\varphi = 0.6$.
$S = P/\cos\varphi = 5000/0.8 = 6\,250$ VA
$S = U_{eff} \cdot I_{eff}$ => $I_{eff} = S/U_{eff} = 6250/250 = 25$ A.
$Q_L = S \cdot \sin\varphi = 6250 \cdot 0.6 = 3\,750$ VAr

b)
Faskompensering (eliminering av reaktiv effekt) för en induktiv last sker genom <u>parallellkoppling</u> av kondensator.
Den reaktiva positiva effekt som förbrukas i induktansen produceras i kapacitansen – alternativt uttryckt - i kondensatorn förbrukas lika mycket negativ reaktiv effekt som positiv reaktiv effekt i induktansen vid rätt val av kondensator. Dessa två reaktiva effekter tar ut varandra i belastningspunkten och från elverket behöver man då bara skicka ut aktiv effekt på linjen – något som minimerar $S_{linje} = \sqrt{(P^2+(Q=0)^2)}$ och $I_{linje} = S_{linje}/U$. U = konst.= 250 V.
På detta sätt matas lasten med ”rätt spänning” och ”rätt ström”

OBS att en faskompensering i form av en seriekoppling med kondensatorer (serieresonans) ger onormal spänning <u>över</u> och onormal (kraftigt ökad) ström <u>genom</u> själva den induktiva lasten med haveri (lasten brinner upp) som följd.



R i serie med L kan vara en modell för en vanlig spole - men lika gärna en mycket enkel modell för en elektrisk motor där P är den aktiva effekt som dels blir förluster i motorn (i lindningar, i lager etc) dels kommer ut på motor-axeln som mek. arbete. Alla lindningar drar också reaktiv effekt Q_L

$Q_L = S \cdot \sin\varphi = 6250 \cdot 0.6 = 3\,750$ Var => att C skall väljas så att $|Q_C| = Q = 3\,750$ VAr.

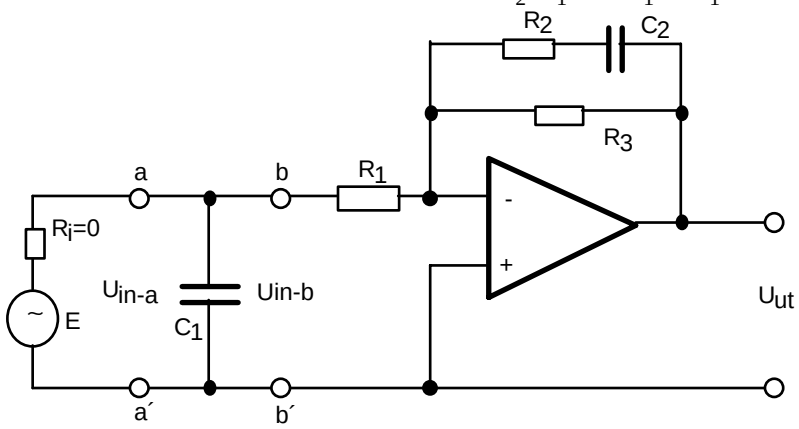
$|Q_C| = U^2/(1/\omega C)$ => $C = Q/(U^2 \cdot \omega) = 3750/(250^2 \cdot 2\pi \cdot 50) = 1\,900\ \mu F$. ($1\mu F = 10^{-6}$ F).

c)

Elverket skickar fram S = P = 5000 VA => $I_{linje\text{-}eff} = S/U_{eff} = 5000/250 = 20$ A.
Elverket kan alltså ha klenare överföringslinjer om alla industrier själva har faskompensering för sina laster. Industrier som ”sköter sig” kan därför få lägre taxa.

Lösning EoE 2002 – 05 –31 tal 3.

I detta tal har vi en frekvenslänk. Markerar vi insignalen för OP-kopplingen ser vi 3 saker direkt – Kondensatorn C_1 belastar bara tongeneratorn utan något spänningsfall ($R_{i\text{-}tong} = 0$) och det är en inverterande förstärkare med $\mathbf{F} = -\mathbf{Z}_2/\mathbf{Z}_1$ där $Z_1 = R_1$.



Vi ser att inspänningen $E_{tg} = U_{in\text{-}a} = U_{C1} = U_{in\text{-}b}$.
Dvs kondensatorn C_1 ingår ej i förstärknings-uttrycket.

$\mathbf{F} = -\mathbf{Z}_2/\mathbf{Z}_1$; $\mathbf{Z}_1 = R_1$; $\mathbf{Z}_2 = (R_2+1/j\omega C_2)//R_3 = (R_2+1/j\omega C_2) \cdot R_3/\big((R_2+R_3)+1/j\omega C_2\big)$.
Täljare och nämnare i $\mathbf{Z}_2$ multipliceras med $j\omega C_2$ =>

$\mathbf{Z}_2 = (j\omega C_2 \cdot R_2+1) \cdot R_3 / (j\omega C_2 \cdot (R_2+R_3)+1)$ och

$\mathbf{F} = -R_3/R_1 \cdot (1+j\omega C_2 \cdot R_2)/(1+j\omega C_2 \cdot (R_2+R_3)) = -R_3/R_1 \cdot (1+j \cdot f/f_2)/(1+j \cdot f/f_1)$ där

$f_1 = 1/(2\pi \cdot C_2 \cdot (R_2+R_3)) = 1/(2\pi \cdot 0.16 \cdot 10^{-9} \cdot (20+180) \cdot 10^3) = 4.974 \cdot 10^3 \approx 5$ kHz.

$f_2 = 1/(2\pi \cdot C_2 \cdot (R_2) = 1/(2\pi \cdot 0.16 \cdot 10^{-9} \cdot 20 \cdot 10^3) = 4\ 9.74 \cdot 10^3 \approx 50$ kHz.

OBS att $R \cdot C$ har dimensionen tid => $1/R \cdot C$ har dimensionen ”vinkelfrekvens” s^{-1}.
Ett brytuttryck (1+jf/f0) bryter uppåt 20 dB/dek om parentesen står i täljaren.
Ett brytuttryck (1+jf/f0) bryter nedåt 20 dB/dek om parentesen står i nämnaren.

OBS att vi vid beräkningen av F i dB tar ”beloppet av F” dvs $F_{dB} = 20 \cdot 10 \log|F|$.
Minustecknet i **F** kommer som $\pm 180^o$ i argumentet för **F**.

För låga frekvenser $f \ll f_1$ är **F** = -R3/R1 = -18. =>
$F_{dB} = 20 \cdot 10 \log|-18| \approx 25$ dB och arg **F** = $\pm 180^o$ (man väljer det som passar bäst med fortsättningen).

Vid $f = f_1 = 5$ kHz bryter asymptotkurvan 20 dB/dek. <u>nedåt</u> (brytparentesen i nämnaren).
Asymptotiska argumentet ändras språngvis med -90°.
Förstärkningen F_{dB} i själva brytpunkten ligger dock 3 dB under asymptotkurvan och arg **F** har ännu bara ändrats med -45°.
$|\mathbf{F}\ (f=f1)| \approx |-R_3/R_1 \cdot (1+\approx 0)/(1+j \cdot 5/5)| = R_3/R_1/\sqrt{2}$ =>
$F_{dB} = 20 \cdot 10 \log R_3/R_1/\sqrt{2} = 20 \cdot 10 \log R_3/R_1 - 20 \cdot 10 \log \sqrt{2} \approx 25-3 = 22$ dB. $\arg 1/(1+j1) = -45^o$.

Vid f = 50 kHz bryter asymptotkurvan 20 dB/dek. uppåt (brytparentesen i täljaren)
Asymptotiska argumentet ändras språngvis med $+90^o$.

Förstärkningen F_{dB} i själva brytpunkten ligger dock 3 dB över asymptotkurvan och arg **F** har ännu bara ändrats med $+45^o$.
$|\mathbf{F}\ (f=f2)| \approx |-R_3/R_1 \cdot (1+j \cdot 50/50)/(1+j \cdot 50/5)| \approx 18 \cdot \sqrt{2}/10$ =>
$F_{dB} = 20 \cdot 10 \log 18 \cdot \sqrt{2}/10 = 20 \cdot 10 \log 1.8 + 20 \cdot 10 \log \sqrt{2} \approx 5 + 3 = 8$ dB. $\arg(1+j1) = +45^o$.

För höga frekvenser är **F** $(f \gg f2) \approx -R_3/R_1 \cdot (\approx 0+j \cdot f/50)/(\approx 0+j \cdot f/5)| = -R_3/R_1/10 = -1.8$.
⇨ $F_{dB} \approx 5$ dB och arg **F** = $\pm 180^o$. **Bodediagram** – se nästa sid.

b)
Utsignalen från OP har maximala amplituderna $\pm U_{mättnad} = \pm 13.5$ V.

Den verkliga förstärkningen vid 5 kHz är $\approx 25-3=22$ dB.
$F_{dB} = 22$ dB => Fggr = $10^{22/20} = 12.6$ ggr och $|u_{ut}| = |\mathbf{F}| \cdot |u_{in}|$ => $|u_{in\text{-}max}| = 13.5/12.6$
⇨ $u_{in\text{-}topp\text{-}max} = 1.07$ V => $U_{in\text{-}eff\text{-}max} \approx 0.76$ V.

Givetvis kan |F(5 kHz)| hämtas från uttrycket $F = |-R_3/R_1 \cdot (1+j \cdot 5000/f_2)/(1+j \cdot 5000/f_1)|$

c)

Om vi har en vanlig tongenerator TG med inre resistansen R_{tg} = 50 ohm (standardvärde) kommer givetvis kondensatorn C_1 att bidra till ett ökat inre spänningsfall i TG.

Ju högre frekvensen blir desto större blir spänningsfallet över R_{tg} (kondensatorn C_1 kortsluter insignalen mer och mer).

Själva OP-kopplingens förstärkning $U_{ut}/U_{b\text{-}b'}$ förblir densamma ty i samma mån insignalen $U_{a\text{-}a'} = U_{b\text{-}b'}$ minskar, minskar utsignalen U_{ut}. Slut på talet med figuren nedan.

Låt oss beräkna Totalförstärkningen **även om den ej efterfrågas** !

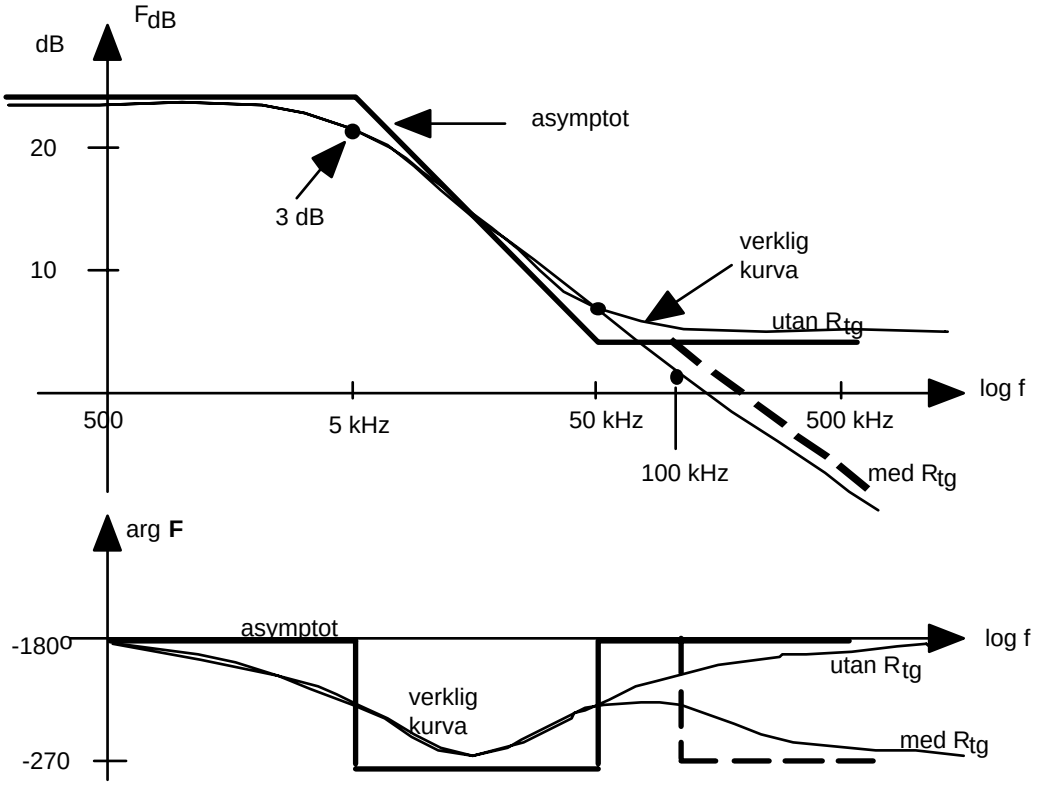
Totalförstärkningen $\mathbf{U}_{ut}/\mathbf{E}_{tg}$ (”med en och samma inställning av level-nivån” på TG) blir givetvis en aning annorlunda.

$U_{a\text{-}a'} = U_{b\text{-}b'} = E_{tg} \cdot 1/ j\omega C_1/(R_{tg} + 1/ j\omega C_1) = E_{tg} \cdot 1/(1 + j\omega R_{tg} \cdot C_1)$.

$\mathbf{F}_{tot} = \mathbf{U}_{ut}/\mathbf{E}_{tg} = \mathbf{U}_{ut} / \left(U_{b\text{-}b} \cdot (1 + j\omega R_{tg} \cdot C_1)\right) = \mathbf{F}_{filter} \cdot 1/(1 + j\omega R_{tg} \cdot C_1)$.

I det totala förstärkaruttrycket $\mathbf{U}_{ut}/\mathbf{E}_{tg}$ tillkommer det en brytparentes i nämnaren med brytfrekvensen $f_3 = 1/(2\pi R_{tg} \cdot C_1) = 1/(2\pi \cdot 50 \cdot 32 \cdot 10^{-9}) \approx 100$ kHz.

Eftersom brytfrekvensen förorsakad av TG och C_1 ligger så högt som 100 kHz blir påverkan påtaglig först vid högre frekvenser ca 50 kHz (se Bodediagrammet nedan).



Lösning EoE 2002 – 05 –31 tal 4.

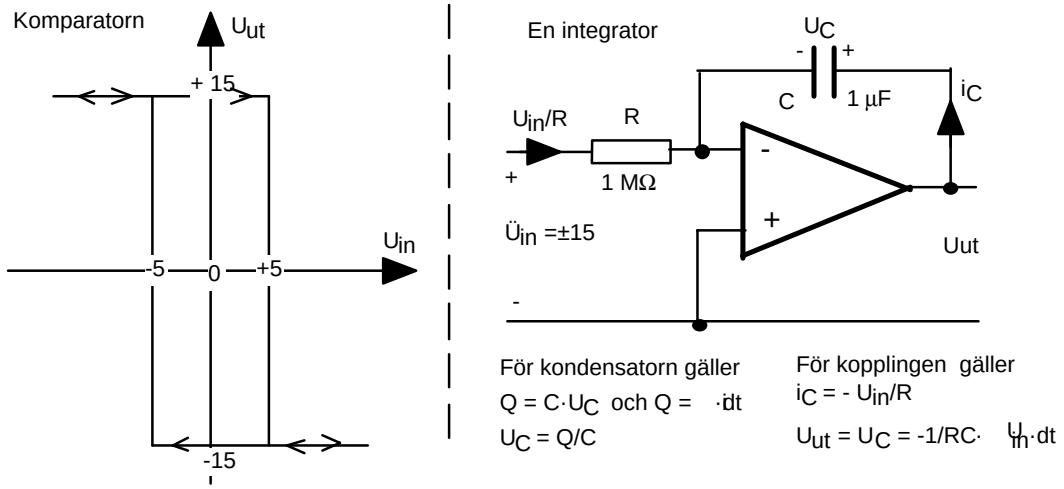
Vi ser att det inte finns någon återkoppling från utgången till **minus**-ingången i vår OP-koppling. Det handlar alltså om en komparatorkoppling av något slag. De utsignaler som kan finnas för en dubbelsidigt matad komparator är mättningsspänningarna (här) ±15V.

Återkopplingen med R_2=200 kΩ från utgången till **plus**-ingången och med R1=100 kΩ till jord fungerar som en vanlig spänningsdelare som fixerar plus-ingångens potential på ±5V.

Om $U_{ut} = U_{mättnad}$ = + 15 V blir $U_+ = U_{plusingång} = +15 \cdot R_1/(R_1+R_2)$ = + 5V.
Om $U_{ut} = U_{mättnad}$ = - 15 V blir $U_- = U_{minusingång} = -15 \cdot R_1/(R_1+R_2)$ = - 5V.

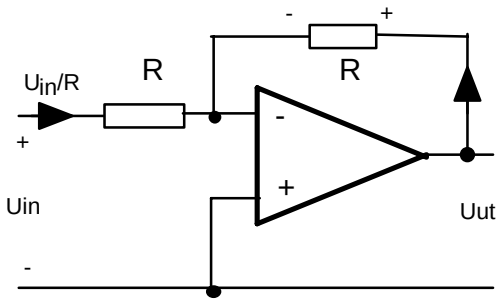
Vi misstänker nu att det handlar om en Smittrigger med hysteres med omslags nivåerna ± 5 V.

Antag att U_{in} = -15 V. => $U_- << U_+$ => $U_{ut} = + U_m$ = +15 V => U+ = +5 V
Vi ökar nu U_{in} . Inget händer med utsignalen (+15 V) förrän U_{in} passerar +5 V.
Då U_{in} passerar +5 V blir U_- större än U_+ => att utsignalen U_{ut} blir = $-U_m$ = -15 V => att U_+ ändras till -5 V. Detta påverkar inget ty U_- är fortfarande > U_+.
Inget händer förrän insignalen sänks under – 5 V.
När insignalen sänks under -5 V blir $U_+ > U_-$ => U_{ut} antar värdet $+U_m$ = +15 V osv …



b) En vanlig integrator bygger vi med OP som ovan. Positiv insignal gör att integratorns utspänning minskar. Negativ insignal gör att integratorns utspänning ökar.

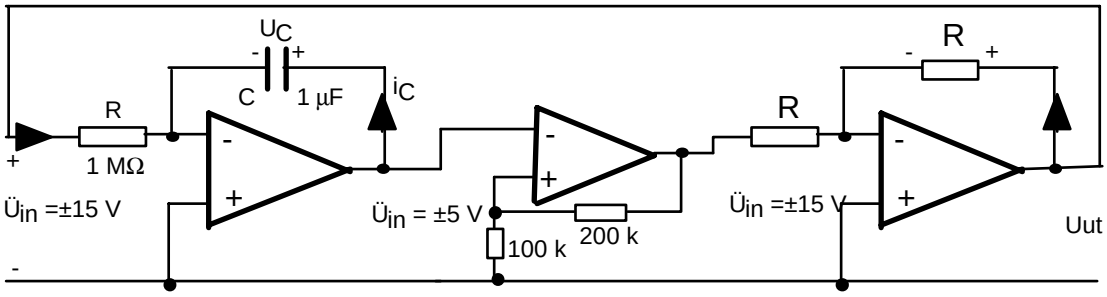
c)



En inverterande OP-koppling med förstärkningen |1| får vi med två li ka R
$U_{ut} = - U_{in} \cdot R/R$. |**F**| = 1

Vi vill nu bygga en sågtandsgenerator med de tre blocken ovan. Integratorn kopplas till Schmittriggern

Integratorn ökar sin utsignal (från – 5 V till + 5 V) om integratorns insignal är negativ. Schmittriggerns utsignal är tyvärr positiv (+15 V) när insignalen går från – 5 till + 5 V så det duger inte att koppla Schmittriggens utgång direkt till integratorn (tecknet är fel). Det råder vi lätt bot på genom att ansluta inverteraren mellan schmittriggern och integratorn.



Sågtandsspänningen finner vi på utgången av integratorn = inspänningen till Schmittriggern.

Att triangelvågen varierar mellan Schmittriggerns omslagsnivåer ± 5 Vges av att Schmittriggern slår om (byter polaritet) just där.

Med R = 1 MΩ och C = 1 µF blir integrationskonstanten $R \cdot C = 1$ sek.

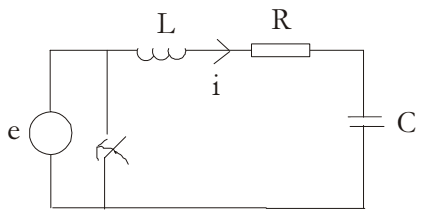
På tiden T/2 stiger triangelvågen (U_C) från – 5 V till +5 V => $\Delta U_C = 10$ V för $U_{in} = \pm 15$ V.

$\Delta U_C = \Delta Q_C / C = 1/RC \cdot \int_0^{T/2} U_{in} \cdot dt$ => $10 = 1/1 \cdot \int_0^{T/2} 15 \cdot dt = 15 \cdot T/2$ => $T = 20/15 = 4/3$

f = 1/T = 3/4 = 0.75 Hz. Slut !

Givetvis behöver man inte ha den extra inverteraren ovan om man i stället jordar Schmittriggerns **minus**-ingång och ansluter integratorn till 100 k motståndet (som då givetvis inte får vara kopplat till jord). Hur det blir då ? - kan bli nästa tentamensfråga !

Lösning EoE 2002 – 05 –31 tal 5.



e=10 sin 10000 t V, R=10 ohm, L=10 mH, 1µF,
När stationärt tillstånd råder, är kretsen i serieresonans.

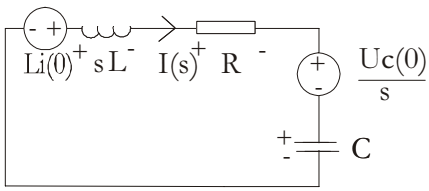
Z= jωL+R+1/ jωC=10 ohm
I=E/R
i(t)=e(t)/R

a) i(0)=e(0)/R=0A då brytaren sluts vid tiden t=0.

b) $u_c(t) = \frac{1}{C}\int i_c(t)dt = \frac{1}{C}\int \frac{e(t)}{R}dt = \frac{1}{C}\int \sin 10^4 t dt = \frac{1}{10^{-6}}\frac{1}{10^4} - \cos 10^4 t$

$u_c(0) = -100V$ då brytaren sluts vid tiden t=0.

c) Laplacetransformering ger:



$$I(s)(sL + R + \frac{1}{sC}) + \frac{U_c(0)}{s} - Li(0) = 0$$

$$I(s) = -\frac{U_c(0)}{s(sL + R + \frac{1}{sC})}$$

$$I(s) = \frac{-U_c(0)}{L(s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC})} = \frac{100}{10^{-2}(s^2 + 10^3 s + 10^8)} \approx \frac{10^4}{(s + \frac{10^3}{2})^2 + 10^8} = \frac{a}{(s+b)^2 + a^2}$$

Inversa Laplacetransformen (regel 30 i formelbladet) => i(t) = $e^{-bt}\sin at$

i(t) = $e^{-500t}\sin 10^4 t$